

NCKU Programming Contest Training Course

Dynamic Programming

2018/03/21

Yu-Cheng Chang (Vic)
vic85821@gmail.com

Department of Computer Science and Information Engineering
National Cheng Kung University
Tainan, Taiwan



Outline

- Coin change problem
- Knapsack problem



Coin change

- 類型：
 - 硬幣限制各 1 個
 - 硬幣無限多個
 - 硬幣有限

求

- 是否湊得某個價位
- 湊得某價位的方法數
- 湊得某價位的最少硬幣用量



Coin change

- 硬幣**限制各一個**，是否湊得某價位
- $dp[i]$ ：能否湊得價位 i (0 - 不可 / 1 - 可以)
($dp[0]=1 \rightarrow$ 0元必可湊得)
- $v[k]$ ：第 k 種幣值
- If ($dp[i - v[k]] == true$) $dp[i] = 1$;

如果價位 i 可以由 $v[k]$ 湊得，
表示價位 $i - v[k]$ 可以被湊得
($dp[i - v[k]] = 1$)



Coin change

- $v[k] = 2, 5$ (有2跟5這兩種幣值)
- If $(dp[i - v[k]] == true)$ $dp[i] = 1$;
- LOOP要從8往回跑到0，為什麼?
初始化：零元必可湊得

注意：每個硬幣只有一個，所以可以湊得**最大的價位**就是每個硬幣都用過一次 $\sum v[k]$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
dp	1	0	1	0	0	0	0	0	0

$v[k] = 2$

$i = 2$

dp[2] 更新值為1
因為價位 2可以被湊出來



Coin change

- $v[k] = 2, 5$ (有2跟5這兩種幣值)
- If $(dp[i - v[k]] == true) dp[i] = 1;$

注意：每個硬幣只有一個，所以可以湊得**最大的價位**就是每個硬幣都用過一次 $\sum v[k]$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
dp	1	0	1	0	0	1	0	1	0

$v[k] = 5$

$i = 5$

dp[7] 更新值為1
因為價位 7 可以被湊出來

- $dp[i] = 1 \rightarrow$ 可以湊出價位 i



Coin change

- 硬幣**無限**，是否湊得某價位
- $dp[0]=1$
- $v[k] = 2, 5$
- If $(dp[i - v[k]] == true)$ $dp[i] = 1$; (i 從 $v[k]$ 開始跑)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
dp	1	0	1	0	1	0	1	0	1

$v[k] = 2$

$i = 8$

dp[2] 更新值為1
因為價位 2 可以被湊出來

要注意 i 的邊界值，只需要從 $v[k]$ 跑到 Max



Coin change

- 硬幣無限，是否湊得某價位
- $dp[0]=1$
- $v[k] = 2, 5$
- If $(dp[i - v[k]] == true)$ $dp[i] = 1$; (i 從 $v[k]$ 開始跑)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
dp	1	0	1	0	1	1	1	1	1

$v[k] = 5$

$i = 7$

dp[5] 更新值為1
因為價位 5 可以被湊出來



Coin change

- 硬幣**無限**，湊得某價位有幾種可能
- $dp[0]=1$
- $v[k] = 2, 3$
- If $(dp[i - v[k]] == true)$ $dp[i] += dp[i - v[k]]$;

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
dp	1	0	0	0	0	0	0	0	0



$v[k]=2$, 作法同p.7

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
dp	1	0	1	0	1	0	1	0	1



Coin change

- 硬幣**無限**，湊得某價位有幾種可能
- $dp[0]=1$
- $v[k] = 2, 3$
- `If (dp[i - v[k]] == true) dp[i] += dp[i - v[k]];`

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
dp	1	0	1	1	1	1	2	1	2

$v[k] = 3$

$i = 6$

價位 3 的可能組合有 $dp[3]$ 種
 每一種加上硬幣 3 之後皆可組成價位 6
 所以組成價位 6 的可能組合
 多了 $dp[3]$ 種

$$dp[6] = dp[6] + dp[3];$$



Practice

- 基礎：Uva 674 無限錢幣 求方法數
–POJ 3624 一個錢幣 求最高價值

- 進階：Uva 10898



Thank for Your Attention

